

BLOC 2 7 ECTS



Composante
UFR de
mathématiques
et
informatique
(UFR27)

Liste des enseignements

Obligatoire Matière 42.0 L'objectif principal est 1) de savoir montrer l'existence d'un problème d'optimisation grâce à des conditions topologiques (continuité, compacité,...) 2) De savoir calculer les solutions dans certains cas, en utilisant des conditions du premier ordre (type KKT) et parfois second ordre (sous des hypothèses de type convexité/concavité). On formulera d'abord les conditions du premier ordre en utilisant le cône tangent, afin de comprendre la nature géométrique du problème, et on montrera KKT en calculant le cône tangent sous des hypothèses de type Slater ou qualification. Enfin, on commencera un peu la théorie de la dualité. Contenu du cours: 1- Exemples (data science, micro, macro ...). Préliminaires et rappels (topologie, géométrie, inf, sup, fonctions implicites,...) 2- Existence d'un problème d'optimisation (cas d'une fonction s.c.s. ou s.c.i., et de contraintes compactes ou fermées avec condition de coercivité, cas de la dimension finie). On évoquera un peu le cas de la dimension infinie. 3- Cône tangent, cône normal. 4- CN du premier ordre (avec cône normal). 5- CN du premier ordre, cas particulier: a) contraintes d'égalités (Lagrange), b) contraintes d'égalités et d'inégalités (KKT). Ce dernier théorème sera montré sous deux types de conditions: Slater ou Régularité+Qualification. 6- Convexité, Concavité et CS du deuxième ordre. 7- Dualité (cas non linéaire): point-selle, théorème de dualité. Matière 42.0 Objectifs: L'objectif est de connaître certaines méthodes spécifiques permettant d'étudier un problème d'optimisation dynamique à horizon fini ou infini, principalement 1) L'approche par conditions du premier ordre 2) l'approche topologique pour l'existence d'une solution 3) L'approche à la Bellman." Contenu du cours: 1- Rappel d'optimisation, KKT. 2- Problème d'optimisation dynamique en temps fini ou infini: variable d'état, d'action (exemples en macro). 3- Cas horizon fini: équation d'Euler (condition du premier ordre), exemple de résolution. Principe de Backward induction permettant de calculer les solutions. 4- Cas horizon infini: approche topologique (sur une classe d'exemples, comment on peut définir une bonne distance pour obtenir la compacité et l'existence d'une solution). 5- Cas horizon infini: approche à la Bellman. a) Rappels sur les espaces de Banach. b) Théorème de point-fixe de Banach. c) Théorème de Blackwell. d) Opérateur de Bellman. e) La fonction valeur d'un problème d'optimisation à horizon infini est un point-fixe de l'opérateur de Bellman, et réciproquement (sous certaines conditions). f) Applications et exemples.