

# UE 1 : "MATHEMATICS"

---



ECTS  
16 crédits



Composante  
UFR de  
mathématiques  
et  
informatique  
(UFR27)

## Liste des enseignements

Obligatoire Choix À choix 11 Matière 2.048.0 Matière 2.0 Facultatif Choix À

choix 11 Choix Obligatoire Matière 84.0 Choix Obligatoire Matière 42.0 Objectifs: Ce cours présente les notions fondamentales associées au calcul des probabilités. Il met notamment en œuvre les concepts et les outils étudiés en théorie de la mesure. Il a pour objectif de fournir le bagage théorique nécessaire pour aborder en Master 2 les problématiques de modélisation aléatoire. Contenu du cours: Espace de probabilité et vecteur aléatoire : tribu, mesure, notion de mesurabilité, rappels d'intégration, théorèmes de convergence Loi de probabilité : atome, loi à densité (principe de domination), lois marginales, notion d'indépendance, noyau de transition, fonction de répartition Espérance mathématique : théorème de transfert, inégalités usuelles, notion d'indépendance. Espaces  $L_p$  Espérance conditionnelle sur une sous-tribu : présentation théorique, propriétés, notion d'indépendance, applications Fonctions caractéristiques : théorème d'injectivité et formule d'inversion de Fourier, notion d'indépendance. Vecteurs Gaussiens : caractérisations, notion d'indépendance, espérance conditionnelle. Convergences : presque sûre, stochastique, au sens  $L_p$  Convergence en Loi : caractérisations (théorème porte-manteau, Scheffé, théorème de Lévy) Théorèmes Limites : Lois de grands nombres, théorème central limite. Matière 36.0 Objectifs: Le but de ce cours est d'étudier les modèles paramétriques dans un cadre asymptotique. Après un rappel des principaux résultats de convergence, on construira les estimateurs du vecteur paramètre et on donnera leurs propriétés asymptotiques. Il finira par une introduction à la théorie des tests. Contenu du cours: Rappel de probabilités : Intégration, variables aléatoires, indépendance Convergences. Lemme du porte-manteau. Delta-méthode. Espérance conditionnelle Estimation paramétrique : Statistiques exhaustives et complètes, famille exponentielle. Critères d'optimalité. Méthode des moments. Maximum de vraisemblance M-estimateurs. Régions de confiance, tests paramétriques et introduction à la sélection de modèles. Références:- Saporta, G., Probabilités, analyse des données et statistiques. Technip. 1990- van der Vaart, A.W. Asymptotic statistics Cambridge series in statistical and probabilistic mathematics, Cambridge University Press. 1998 Choix À choix 11 Bloc Obligatoire Matière 3.542.0 Cours Magistral 18.0 Travaux Dirigés 24.0 Matière 3.542.0 Cours Magistral 18.0 Travaux Dirigés 24.0 Bloc Obligatoire Matière 42.0 L'objectif principal est 1) de savoir montrer l'existence d'un problème d'optimisation grâce à des conditions topologiques (continuité, compacité,...) 2) De savoir calculer les solutions dans certains cas, en utilisant des conditions du premier ordre (type KKT) et parfois second ordre (sous des hypothèses de type convexité/concavité). On formulera d'abord les conditions du premier ordre en utilisant le cône tangent, afin de comprendre la nature géométrique du problème, et on montrera KKT en calculant le cône tangent sous des hypothèses de type Slater ou qualification. Enfin, on commencera un peu la théorie de la dualité. Contenu du cours: 1- Exemples (data science, micro, macro ...). Préliminaires et rappels (topologie, géométrie, inf, sup, fonctions implicites,...) 2- Existence d'un problème d'optimisation (cas d'une fonction s.c.s. ou s.c.i., et de contraintes compactes ou fermées avec condition de coercivité, cas de la dimension finie). On évoquera un peu le cas de la dimension infinie. 3- Cône tangent, cône normal. 4- CN du premier ordre (avec cône normal). 5- CN du premier ordre, cas particulier: a) contraintes d'égalités (Lagrange), b) contraintes d'égalités et d'inégalités (KKT). Ce dernier théorème sera montré sous deux types de conditions: Slater ou Régularité+Qualification. 6- Convexité, Concavité et CS du deuxième ordre. 7- Dualité (cas non linéaire): point-selle, théorème de dualité. Matière 42.0 Objectifs: L'objectif est de connaître certaines méthodes spécifiques permettant d'étudier un problème d'optimisation dynamique à horizon fini ou infini, principalement 1) L'approche par conditions du premier ordre / 2) l'approche topologique pour l'existence d'une solution / 3) L'approche à la Bellman." Contenu du cours: 1- Rappel d'optimisation, KKT. 2- Problème d'optimisation dynamique en temps fini ou infini: variable d'état, d'action (exemples en macro). 3- Cas horizon fini: équation d'Euler (condition du premier

